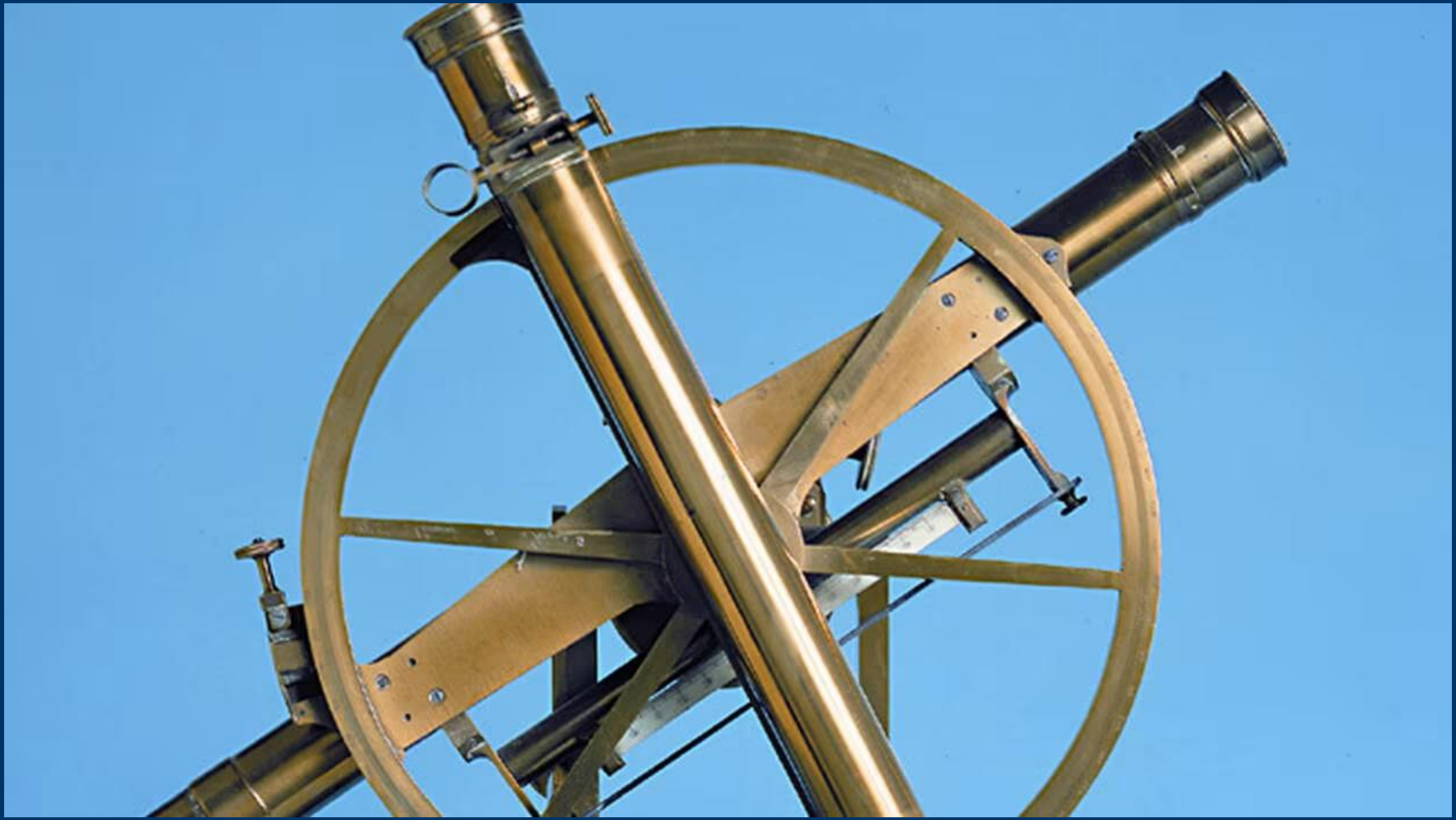
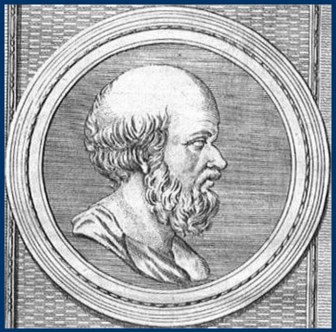


Quantifier une distance par une mesure d’angle - de la seconde d’arc au parsec

Quantifier une distance par une mesure d’angle

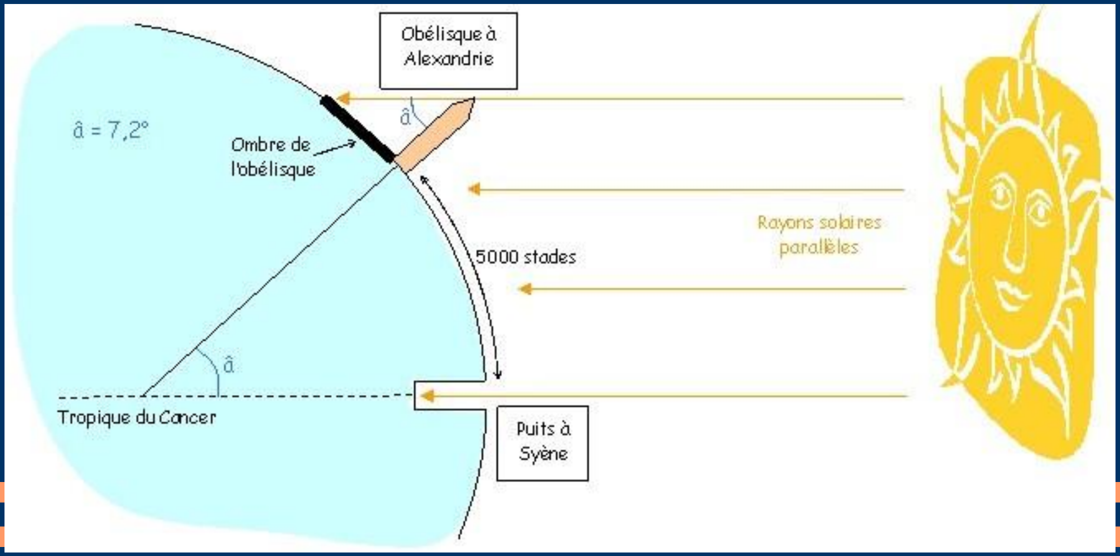
Pour notre environnement immédiat, la mesure la plus simple est la dimension linéaire et ses 3 coordonnées : Longueur, largeur, hauteur.

Quand ces dimensions ne sont pas immédiatement accessibles, en astronomie, en cartographie : force est de recourir à une mesure d’angle.,



Eratosthène
-276 ; - 194

Les rayons du Soleil étant parallèles, l’angle α mesuré à Alexandrie 7,2° est égal à α au centre de la Terre correspondant à $\simeq$ 800km.
la circonférence de la Terre = 800 / 7,2 x 360
$\simeq$ 40 000 km



Les principales unités d'angle sont :

- Le degré — hérité des babyloniens et leur système de numérotation en base 60
- Le radian — un tour complet vaut 2π
    - Il a été démontré que dix décimales suffisent à calculer la circonférence de la Terre à une fraction de pouce près
- Le tour — quand il y a rotation autour d'un axe (par exemple une montre)
- Le grade — un tour complet se subdivise en 400 grades (gr) ou gon

Angles	Tours	Degrés	Radians	Grades
nul	0 tr	0°	0 rad	0 gon
	1/12 tr	30°	π/6 rad	33,333… gon
	1/8 tr	45°	π/4 rad	50 gon
	1/6 tr	60°	π/3 rad	66,666… gon
droit	1/4 tr	90°	π/2 rad	100 gon
	1/3 tr	120°	2π/3 rad	133,333… gon
plat	1/2 tr	180°	π rad	200 gon
	1 tr	360°	2π rad	400 gon

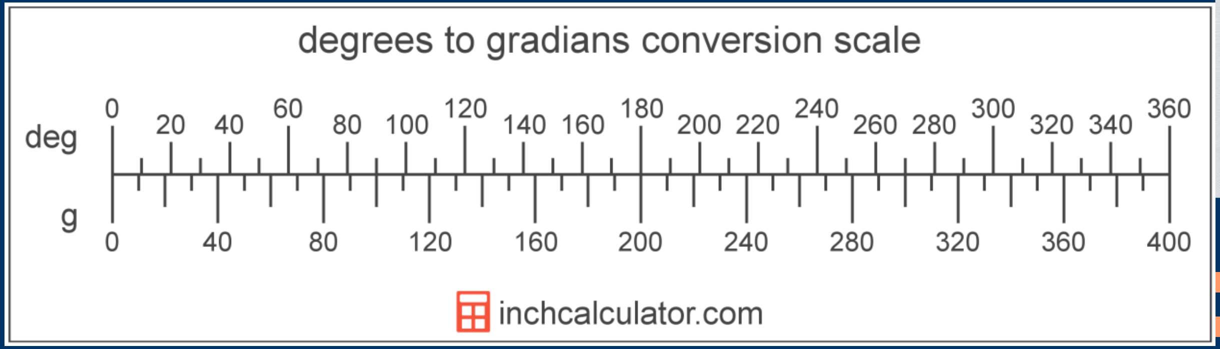
Le grade a été défini à partir du mètre

qui est lui-même le dix-millionième du quart d’un méridien.

La terre ayant un circonférence d’environ 40 000 km, et un angle plein étant équivalent à 400 gon, 1 gon représente une distance de 100 km sur la surface de la terre.

Le grade est principalement utilisé en topographie, pour la navigation maritime.
C’est l'unité légale de mesure d'angle pour l'ensemble des travaux topographiques et géodésiques IGN.

La conversion est immédiate.
Exemple : conversion de 100 grades en degrés.



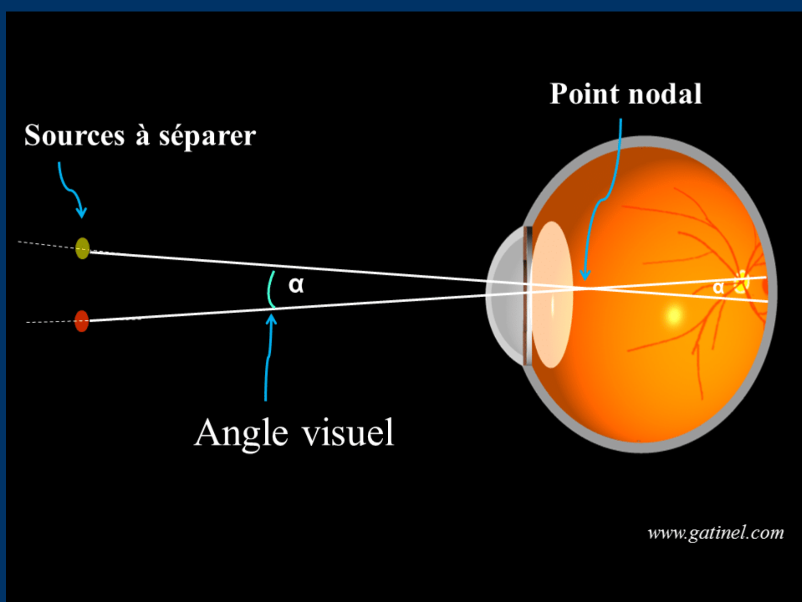
HELIOS astronomie Caunes-Minervois

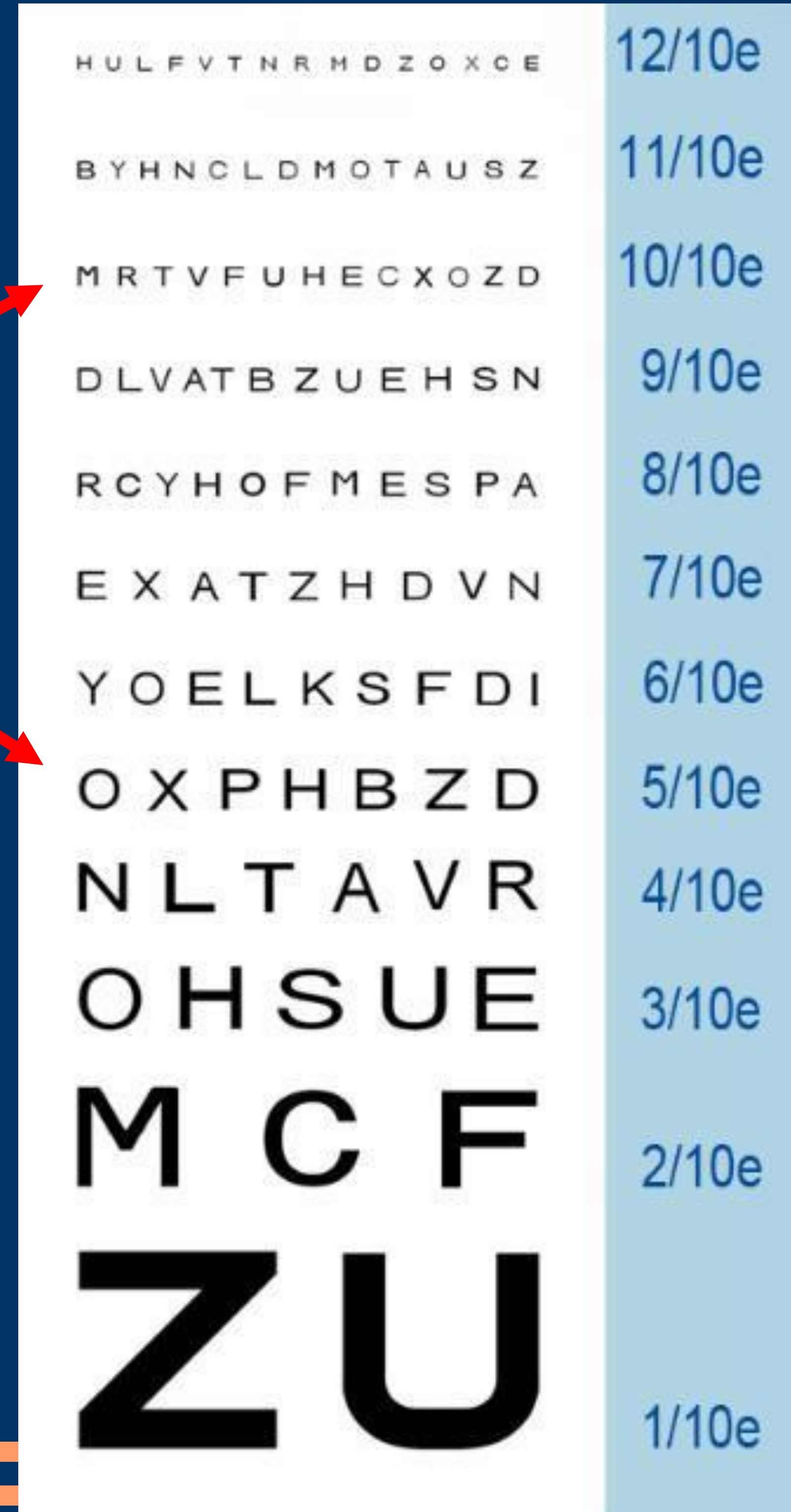
L’acuité visuelle

Un pouvoir de résolution d’une 1 minute d’arc : voir comme « distincts » deux points qui sous tendent un angle de 1 minute : acuité visuelle théorique de 1/1=10/10.

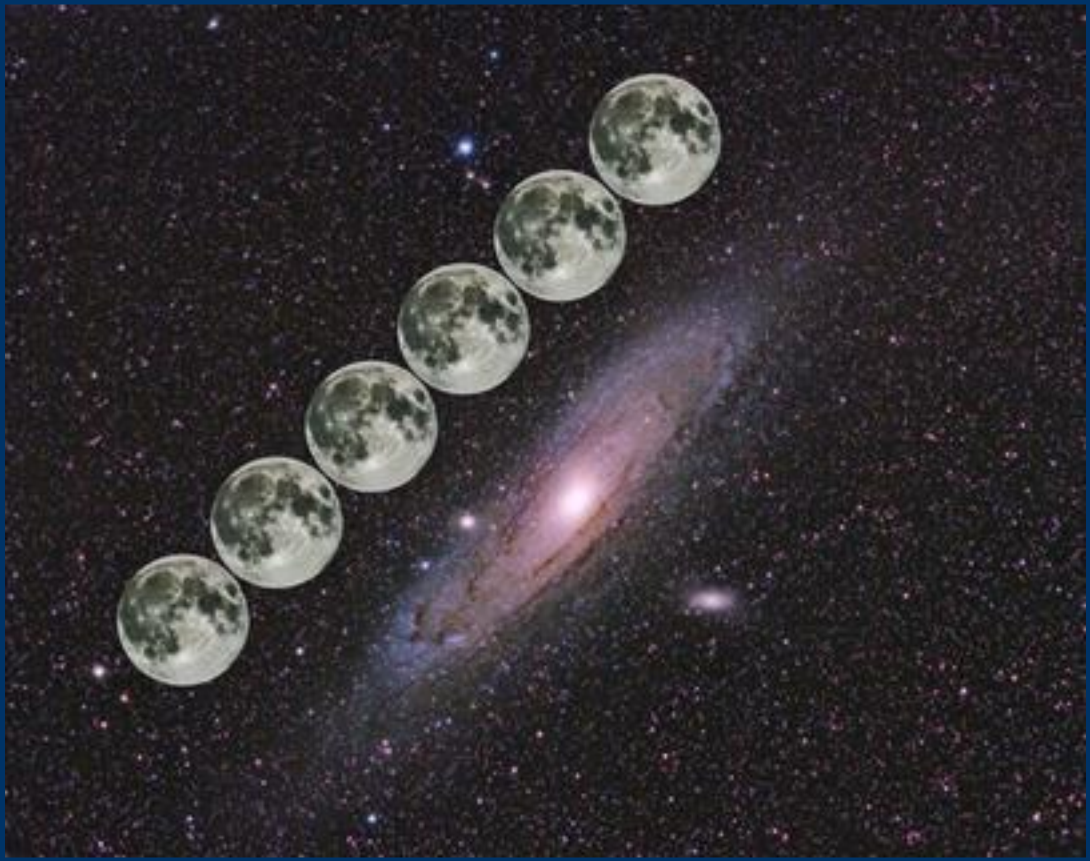
Un pouvoir séparateur de 2 minutes d’arc a une acuité visuelle de 1/2=5/10.

Echelle de Monoyer (vue à 5 m)





L’œil, la Lune et les planètes



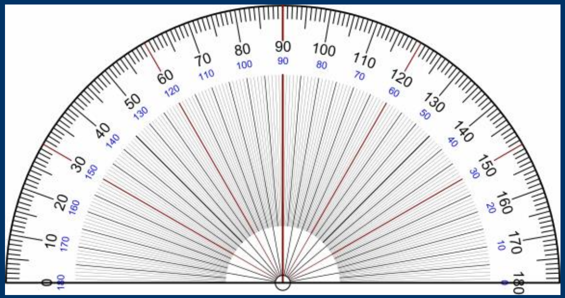
	minimum	maximum
Soleil	31′ 27″	32′ 32″
Mercure	4,5″	13″
Vénus	9,7″	1′ 6″
Mars	3,5″	25″
Lune	31′ 36″	
Jupiter	30″	50″
Saturne	14″	20″
Uranus	3″	4″
Neptune	2″	2,4″

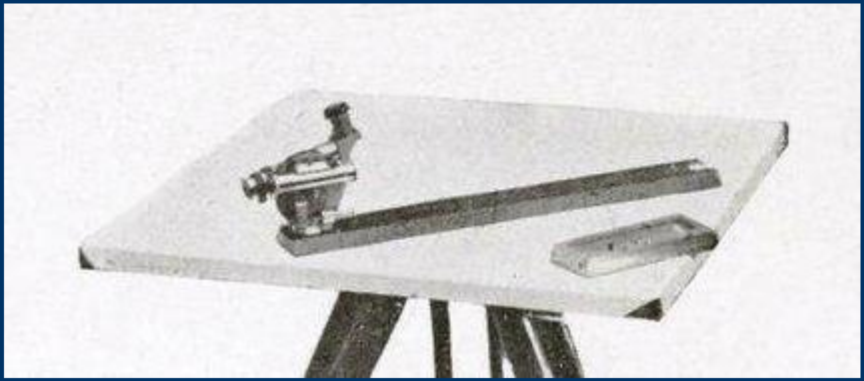
L’angle visuel du disque lunaire est d’un demi degré, soit 30 minutes d’arc environ.
Le pouvoir séparateur de l’œil étant de 1’ ; on ne distingue rien de la surface de jupiter.

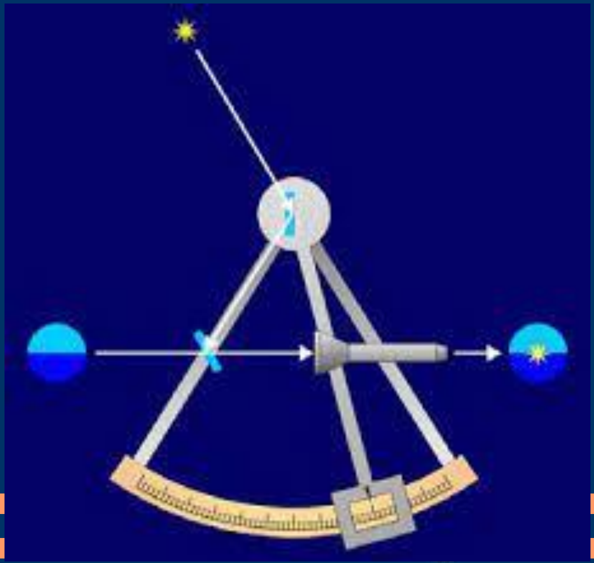
La capacité de détection par l'œil humain est importante, puisque des milliers de tests ont montré une capacité statistique pour un photon unique.

HELIOS astronomie Caunes-Minervois

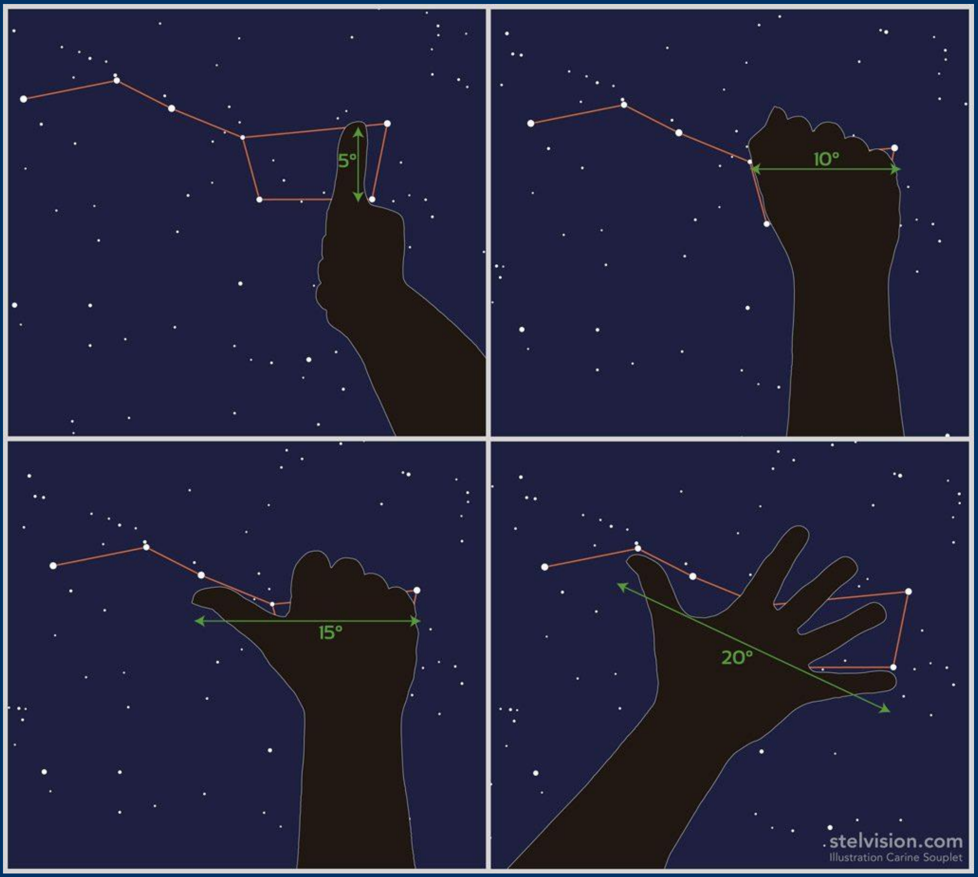
Les principaux instruments de mesure d’angle sont les équerres et calibres d’angles, le rapporteur , l’ alilade, le goniomètre, le théodolite, le sextant.



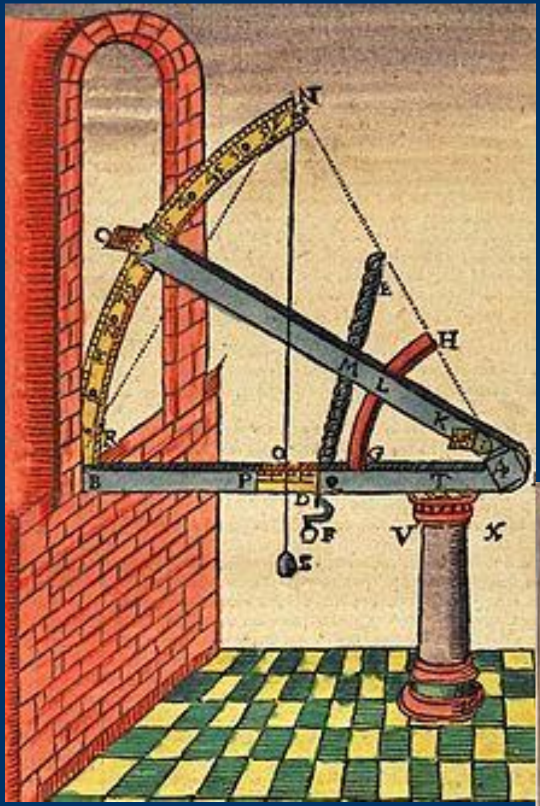




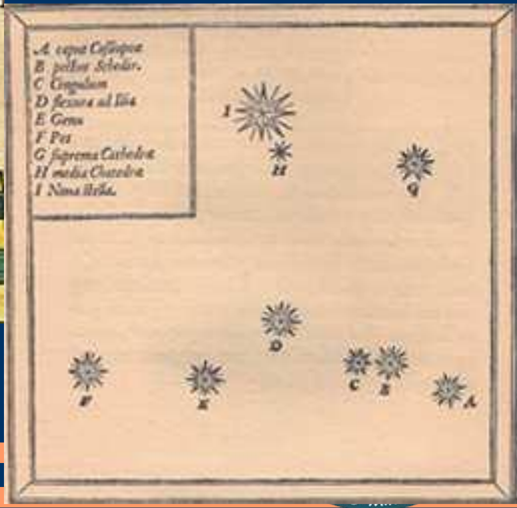
La mesure d’angle en astronomie en vue de cartographie céleste



Tycho Brahe - 1546 –1601, émérite observateur notamment de la supernova de 1572, et de Mars, permettant à Kepler la découverte de ses lois.

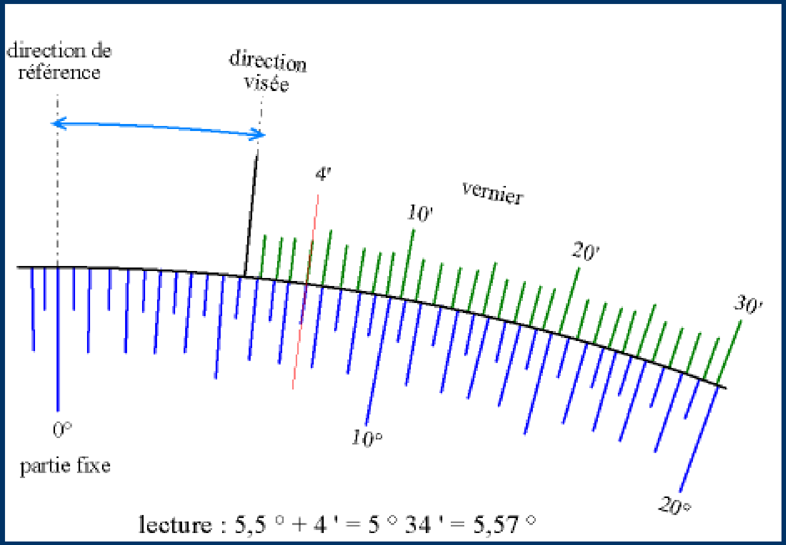


Sextant avec lequel Tycho Brahé en 1572 observe la « nouvelle étoile », dans la constellation de Cassiopée.



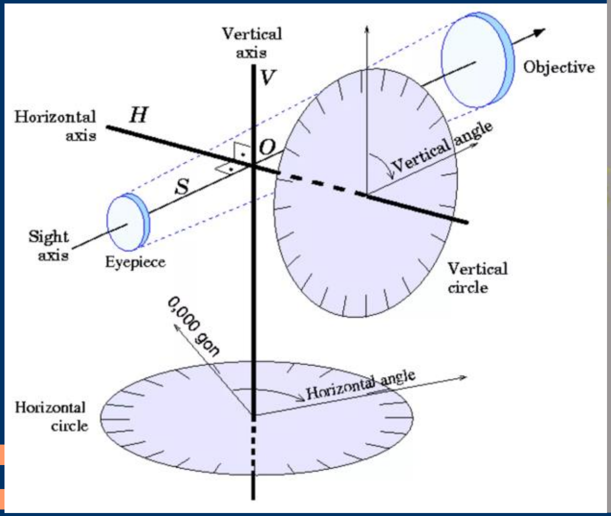
Des instruments pour mesurer des angles

Cercle de Mayer
(années 1800)



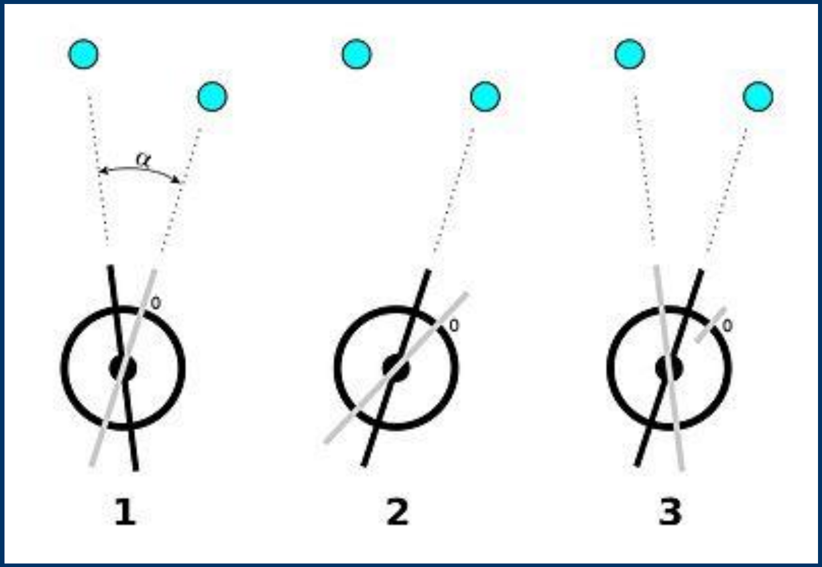
Graduations et vernier

Théodolite
précision 20 ''arc
(années 2000)



L’augmentation de la précision en répétant la mesure

Cercle répétiteur
mis au point par Jean-Charles de Borda et amélioré par Etienne Lenoir
(années 1800)



Théodolite Wild T1A
précision 5 arcsec
(1961)

La trigonométrie inévitable car c'est le procédé le plus simple de calcul relatif aux angles

- elle permet la mesure des **côtés et angles** du triangle rectangle.

On utilise principalement 3 rapports :

Sinus = côté opposé/hypoténuse
Cosinus = côté adjacent/hypoténuse
Tangente = côté opposé/côté adjacent

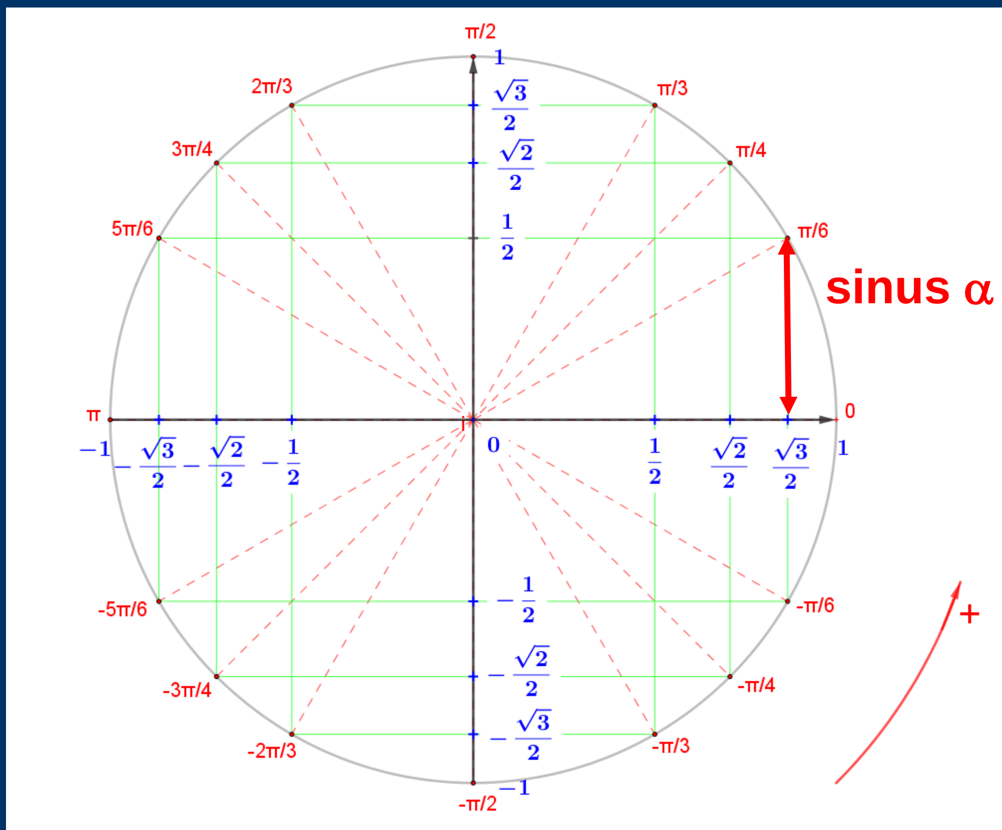
Le cercle trigonométrique

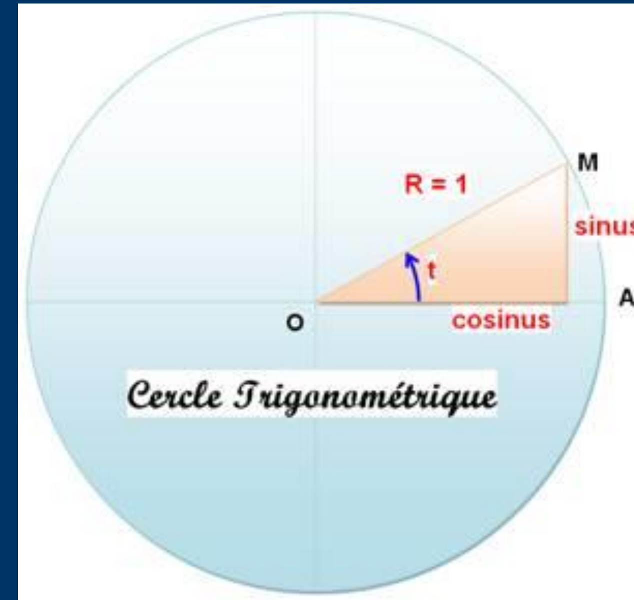
On voit ci-dessous que pour hypoténuse = 1

Sin $\pi/6$ (30°) = 0,5

Sin $\pi/4$ (45°) = 0,707

Sin $\pi/3$ (60°) = 0,866





Mesure de l'angle			Lignes trigonométriques		
Radians	Degré	Grades	Sinus	Cosinus	Tangente
0	0	0	0	1	0
$\frac{\pi}{6}$	30	$\frac{100}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\frac{\pi}{4}$	45	50	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\frac{\pi}{3}$	60	$\frac{200}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{2}$	90	100	1	0	n'existe pas
$\frac{3\pi}{4}$	135	150	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1
π	180	200	0	-1	0
$\frac{3\pi}{2}$	270	300	-1	0	n'existe pas
2π	360	400	0	1	0

La trigonométrie s'applique exclusivement aux triangles rectangles.

Mais, tout triangle peut être découpé en deux triangles rectangles.

La propriété de la tangente permet de répondre l’intéressante interrogation

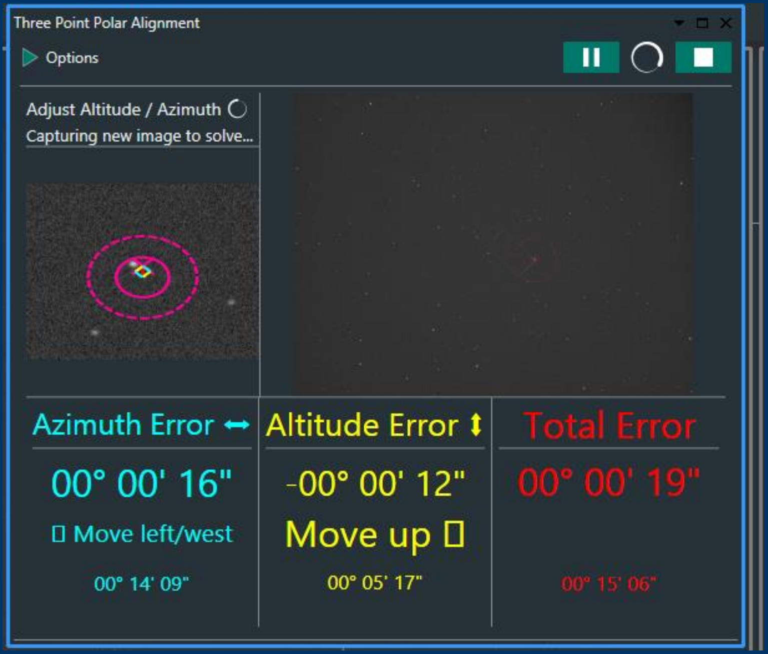
Que représente une seconde d’arc, graal de nos opérations astronomique ?

tangente = côté opposé/côté adjacent

tg 1’’ = 0,000 004 834 = côté opposé en cm/ (50 000 x 100)

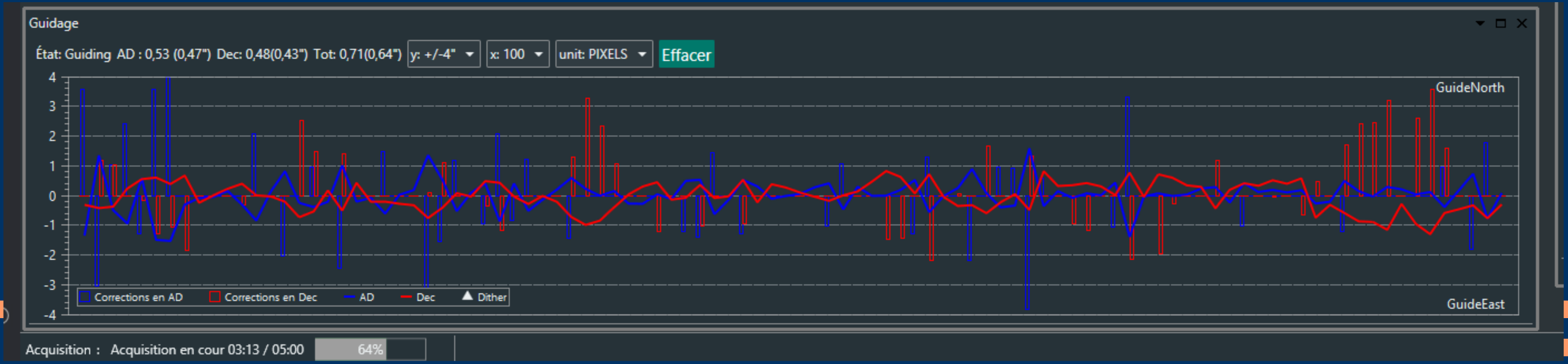
tg 1’’= un objet à 50 km mesure 24 cm

Deux captures d’écran NINA d’un fonctionnement ‘’normal’’ :



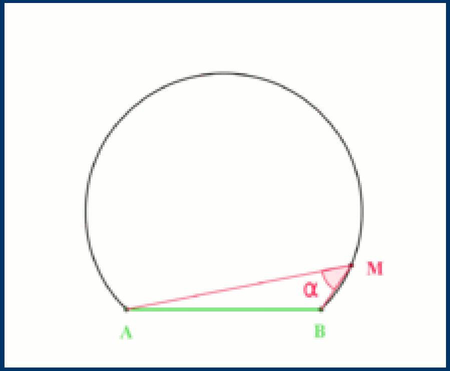
Alignement polaire, la monture est réglé au mieux en azimuth et altitude moins de 30’’ d’arc est acceptable

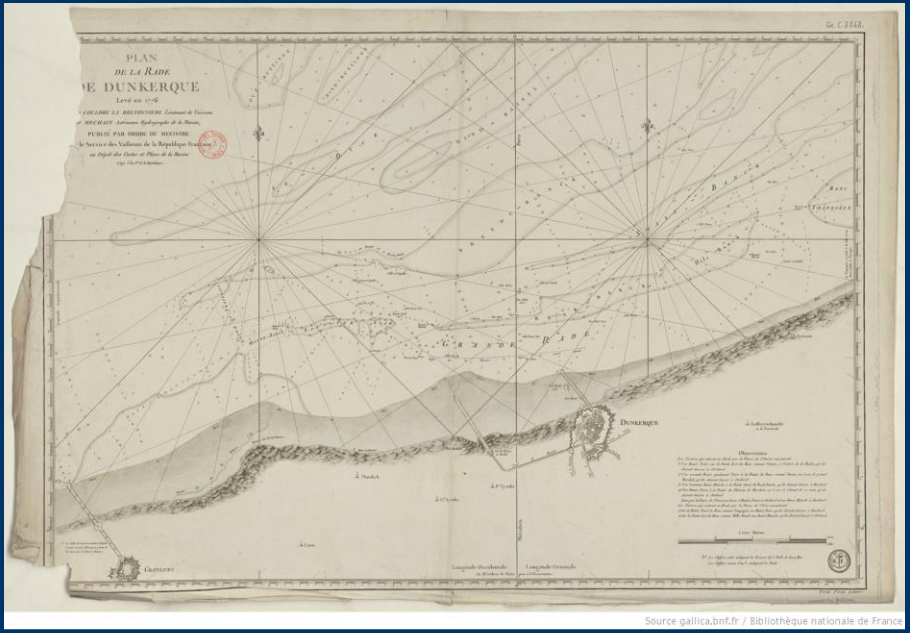
Suivi de guidage : l’objectif est d’avoir des déplacements de l’ordre de la seconde d’arc



L’arc capable & cartographie

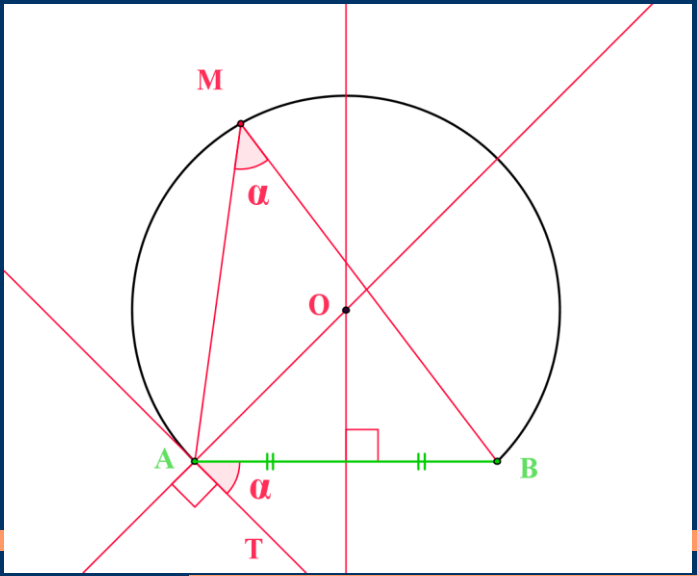
L’ensemble des points M du plans
tels que l’angle AMB soit constant

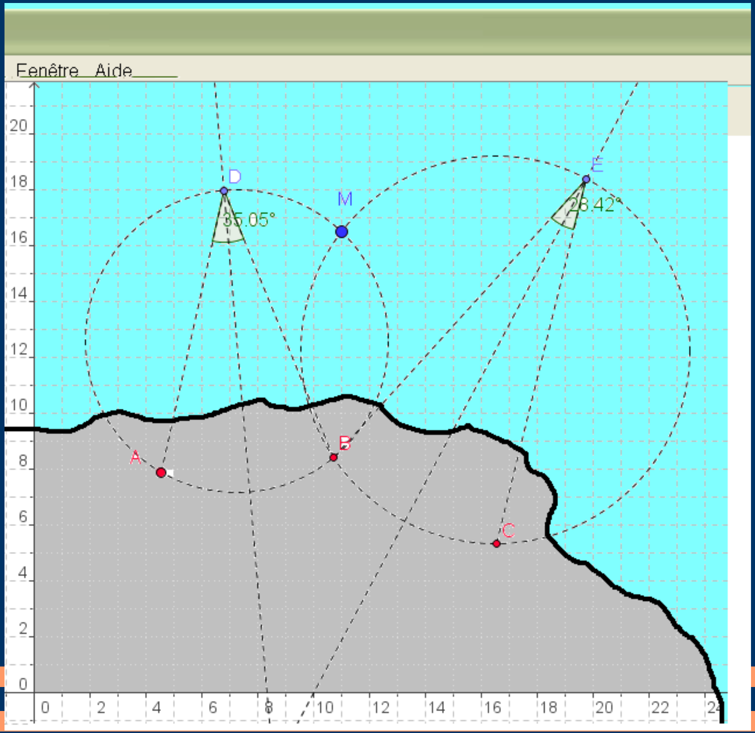




Pierre Méchain cartographe de la Marine (1776)

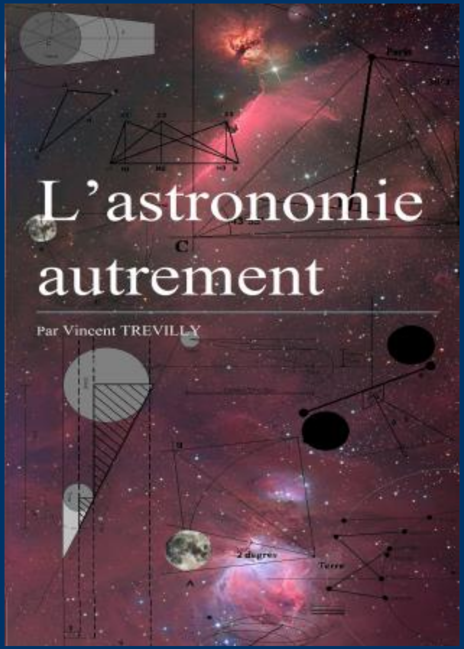
Construction de l’arc capable





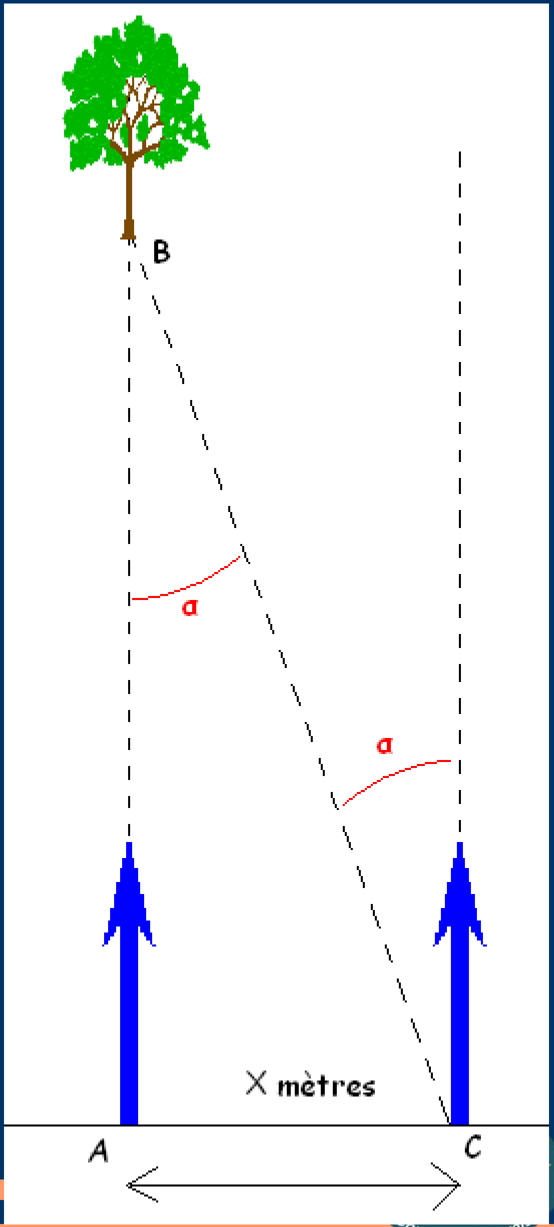
Triangulation – trilatération

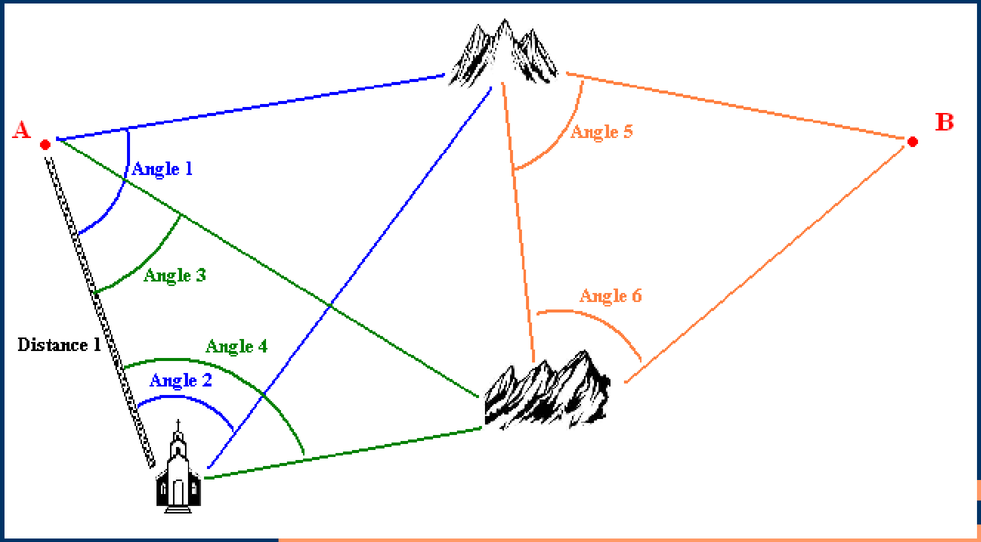
Nous faisons constamment de la triangulation avec nos deux yeux pour apprécier les distances

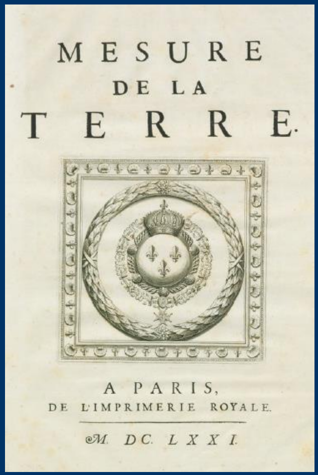


Pour approfondir ces questions : le livre de
Vincent Trevilly
362 pages 16 €

Tan(α) = AC / AB
donc AB = AC / Tan(α)

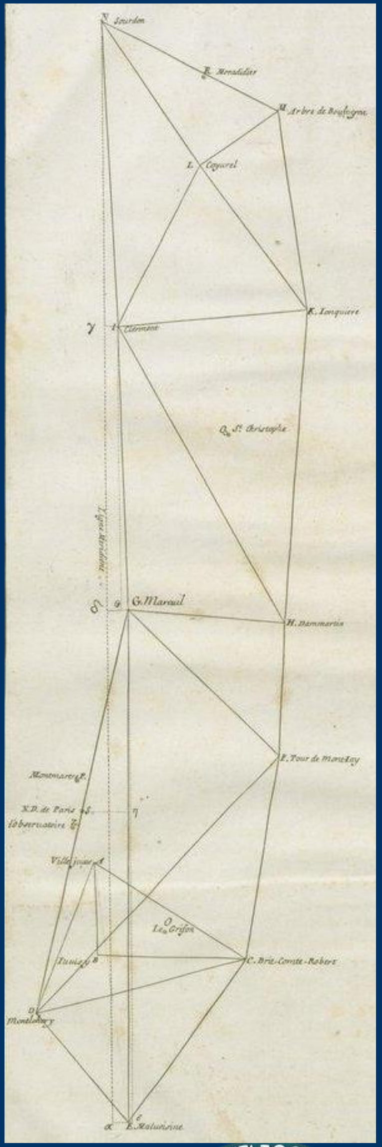






Un prédécesseur fameux **Jean Picard**, fondateur de la géodésie moderne avec Gassendi et Cassini. Parmi ses travaux : la *Mesure de la Terre* publié en 1671.

Il a procédé à une triangulation entre Sourdon (près d'Amiens) et Malvoisine au sud de Paris distant de plus de 100 kilomètres utilisant 13 triangles et un graphomètre à pinules et un quart de cercle précis à 5 secondes d'arc.



En septembre 1670, il mesure au même moment la valeur angulaire au zénith de l'étoile Ruchbach de Cassiopée : 9°59'05'' à Malvoisine et 8°47'08'' à Sourdon, donc différence de latitude **1°11'57''** pour une distance de **111,220 km ce qui donne une circonférence de 40 039 km**

De la précision du cercle répétiteur

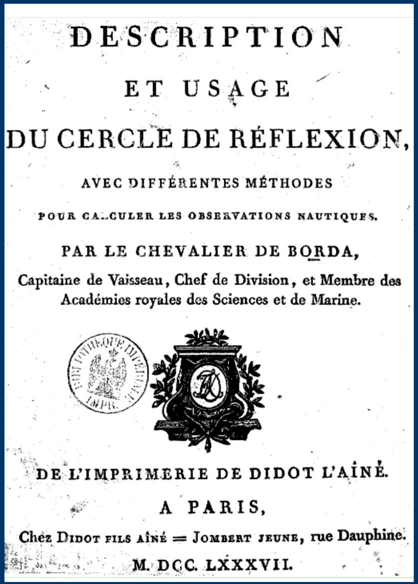
Amélioration du cercle de Mayer, notamment par la répétition,

il est créé en 1784 par le daxois François de Borda 1733-1799

Premières utilisations :

- 1787 jonction France-Espagne
- 1787 jonction Paris-Greenwich
- 1792-1798 méridienne de Delambre et Méchain
- 1806 extension aux Baléares par Biot et Arago

La précision est estimé 2,3 secondes d'arc, soit un décalage de 28 cm sur un objet situé à 25 km. Une telle précision est difficile à atteindre dans la réalité. Même avec une bonne lunette, apprécier 28 cm sur un cible situé à 25 km est délicat.



DESCRIPTION

ET USAGE

DU CERCLE DE RÉFLEXION,

AVEC DIFFÉRENTES MÉTHODES

POUR CALCULER LES OBSERVATIONS NAUTIQUES,

PAR LE CHEVALIER DE BORDA,

Capitaine de Vaisseau, Chef de Division, et Membre des Académies royales des Sciences et de Marine.

DE L'IMPRIMERIE DE DIDOT L'AÎNÉ.

A PARIS,

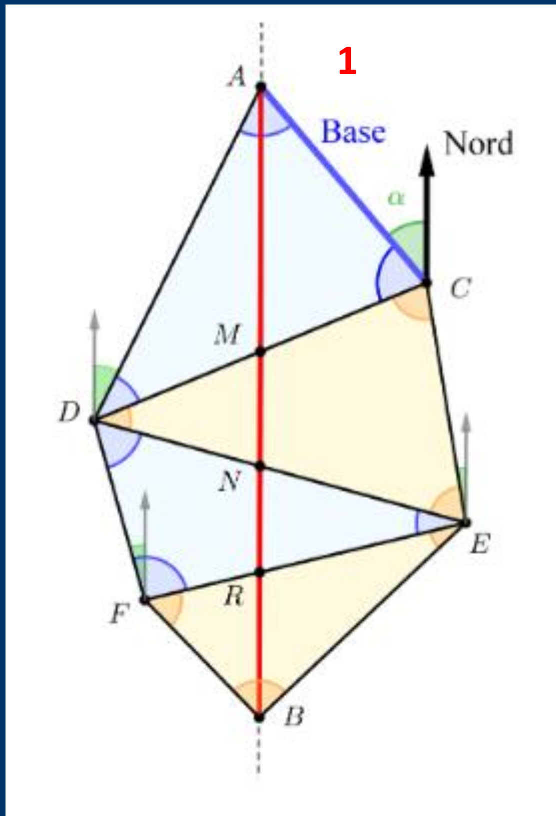
Chez Didot fils aîné = Jombert jeune, rue Dauphine.

M. DCC. LXXXVII.

Les mesures de distance sont à compléter par les déterminations de latitudes

Le cercle du Bureau des longitudes

Triangulation et mesures de latitudes utilisées par P. Méchain et J.B. Delambre



Par la Loi des sinus

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$

si l'on connait deux angles et un côté d'un triangle, alors on en connait tous les côtés.

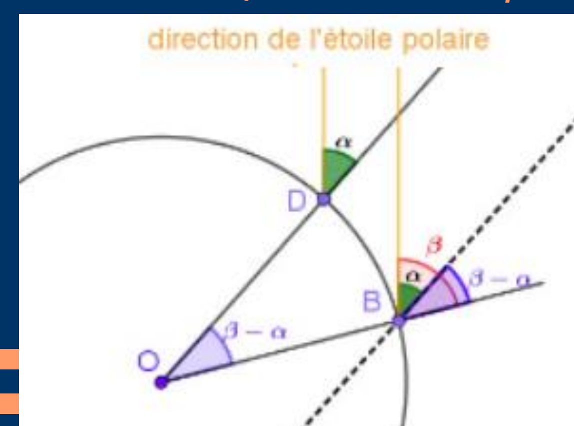
Dans le trianglee AMC :

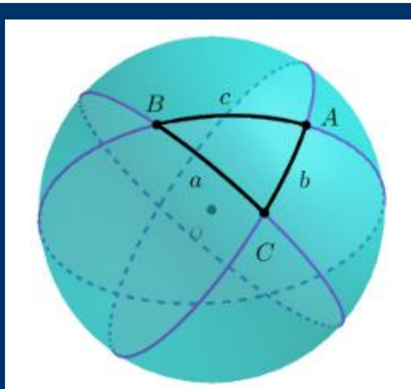
$$AM = AC \times \frac{\sin(\hat{C})}{\sin(\hat{M})}$$

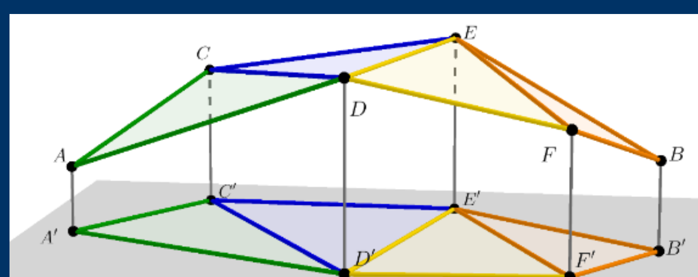
$$\hat{M} = 180° - \hat{A} - \hat{C}$$

Avec A1 = α

L'angle BOD , différence des latitudes entre Dunkerque et Barcelone, a pour mesure β - α





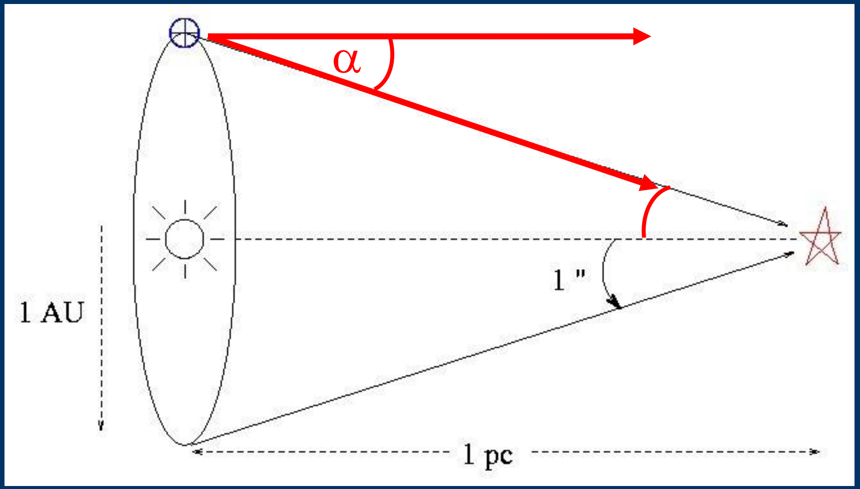


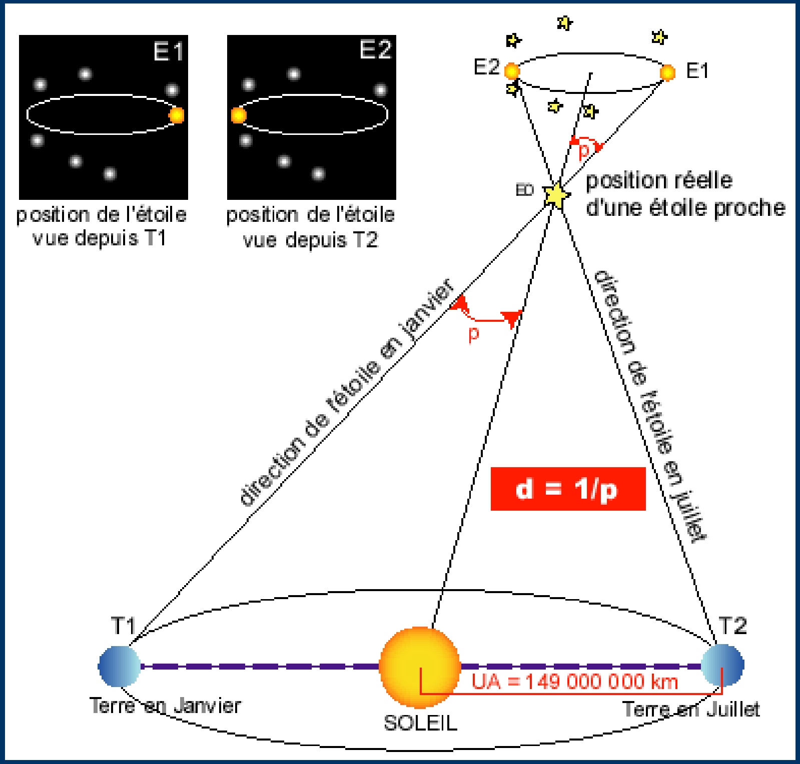
Dans la réalité, les arcs de méridien sont des arcs curvilignes et les triangles considérés sont des triangles sphériques.

L’unité la plus utilisée en astronomie :

le parsec (parallaxe-seconde) **pc**

défini historiquement comme la distance à laquelle une unité astronomique (**ua** ou **au**) sous-tend un angle d’une seconde d'arc.





1 AU – Distance moyenne Soleil – Terre.

L’unité astronomique = 149 millions de km

exemple distance Soleil – Neptune = 30 AU

63 000 AU = **1 AL** = 10 000 milliards de km

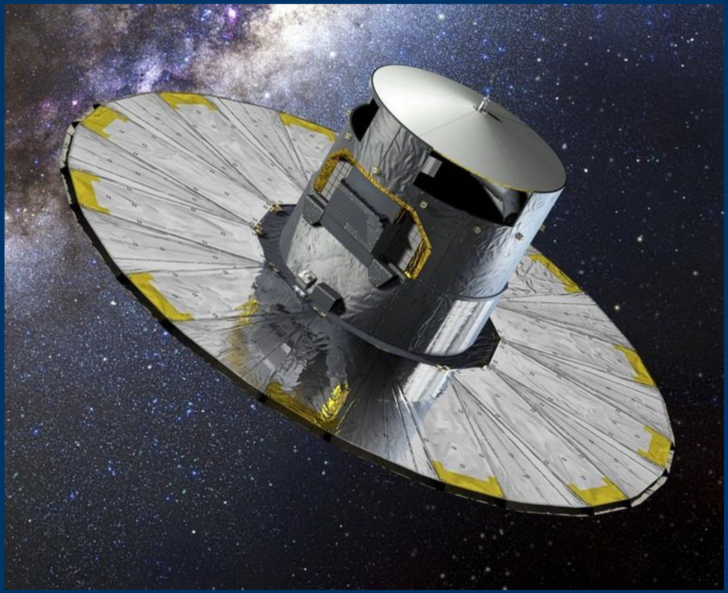
1 pc = 3,26 AL = 648 000 AU / π

si la parallaxe annuelle d’une étoile est mesurée en secondes d’arc, alors la distance entre cette étoile et le Soleil, est exprimée en parsecs, et est égale à l’inverse de cette valeur.

L’étoile la plus proche du Soleil, Proxima du Centaure, se trouve à 1,31 parsec (4,28 années-lumière).
Du sol, même avec une précision de 0,05 seconde d'arc, la parallaxe n’est applicable qu’à seulement 1 500 étoiles.

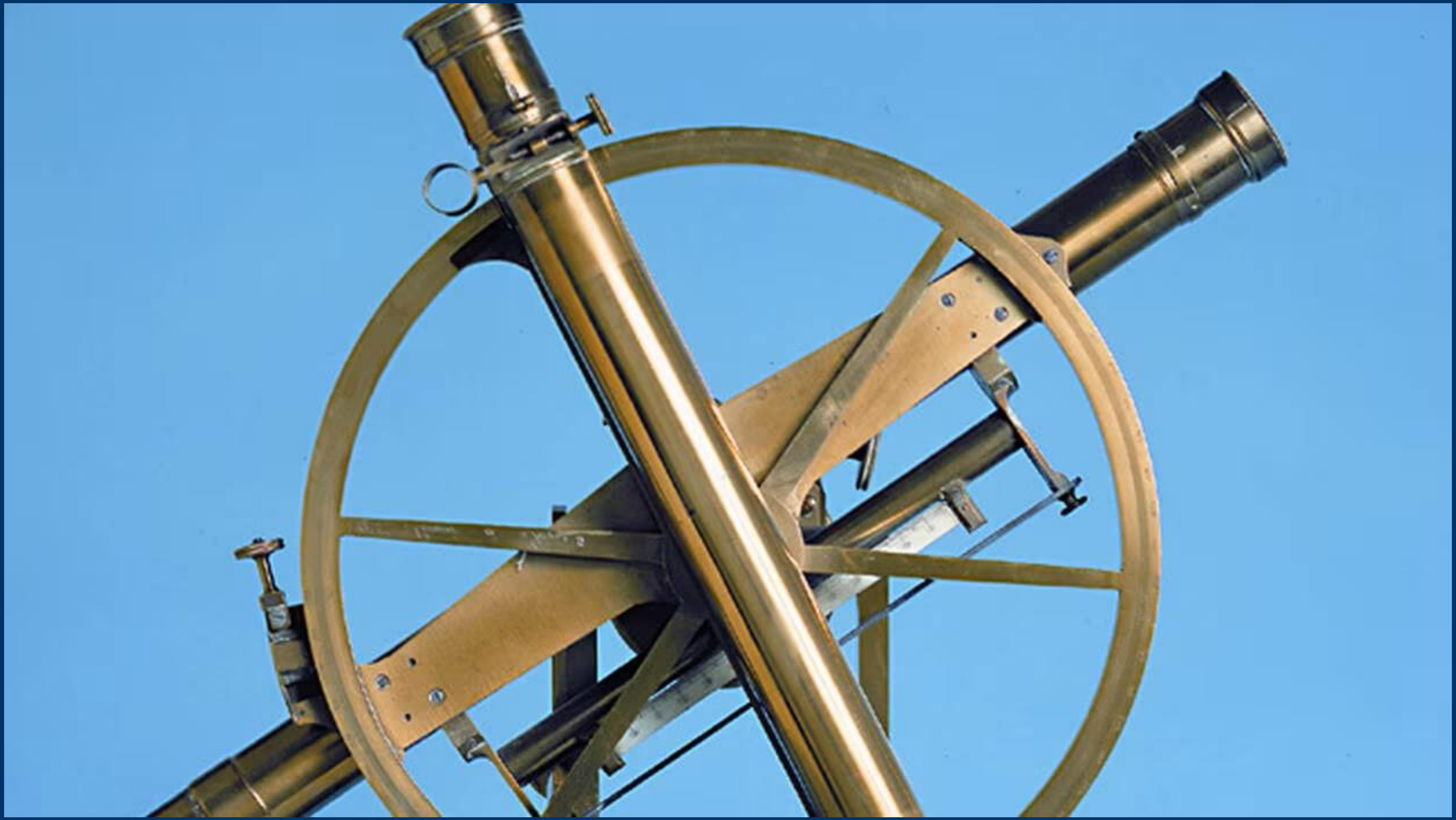
Les satellites astrométriques de l’ESA

Entre1989 et 1993, le **Hipparcos** a mesuré la parallaxe de 100 000 étoiles avec une précision de l’ordre de 10 milliseconde d’arc, ce qui a permis de déterminer la distance d’étoiles éloignées de cent parsecs.



Lancé en 2013, ***Gaia*** a mesuré les caractéristiques de plus d'un milliard d’objets- étoiles, astéroïdes, galaxies jusqu'à la magnitude 20.

Au-delà de 100 parsecs, on procède par mesure de la magnitude absolue



Fin

Merci pour votre attention